

Das Simulationsprogramm „lagrange.exe“

Beschreibung:

Das Programm berechnet für den Aufenthaltsort einer Raumsonde die beiden auf sie einwirkenden Gravitationskräfte und die Zentrifugalkraft und ermittelt so Richtung und Betrag von Beschleunigung und Geschwindigkeit der Sonde und damit deren neuen Ort nach einem Zeitschritt Δt (Euler-Cauchy-Verfahren).

Allerdings werden nur Bahnkurven ermittelt, die in der Ebene von Erde, Schwerpunkt und Mond liegen. Es ist also nicht möglich, die Bahn einer Sonde zu verfolgen, die ober- oder unterhalb dieser Ebene ausgesetzt wurde.

Aus didaktischer Sicht ist diese Reduktion besonders günstig, da die Verhältnisse der Kräfte noch einigermaßen vorstellbar bleiben. Ein weiterer Vorteil ergibt sich durch die Möglichkeit, die Bahn der Raumsonde auf die Fläche des Gravitationspotentials („Potentialgebirge“) abzubilden und das Ganze als Schrägbild zu zeichnen. Dadurch entsteht ein sehr anschaulicher Eindruck von der Topologie der energetischen Verhältnisse im rotierenden Erde-Mond-System.

Das Koordinatensystem, in dem die Bewegung der Raumsonde berechnet und gezeichnet wird, rotiert mit dem System Erde-Mond um den gemeinsamen Schwerpunkt. Das bedeutet, dass Erde und Mond in diesem Bezugssystem ruhen, was eine übersichtliche Darstellung der Bahn der Raumsonde ermöglicht, denn man sieht, wie sich diese nur bezüglich Erde und Mond bewegt.

Bedienung:

POTENTIAL

Schrägbild
Ebene
mit Mond
ohne Mond

Rotation um die

x-Achse
y-Achse
z-Achse

Zoom

BAHNKURVE

Startposition
x= 192000 km
y= -332000 km

Startgeschwindigkeit
vx= 0 m/s
vy= 0 m/s

Start Stop Löschen

langsam Simulation schnell

Zeit
6 Mond-umläufe
7 Tage

Info
Daten
ENDE

1. Die **Potentialfläche** wird als Schrägbild eines Gitternetzes dargestellt. Diese Abbildung kann mit den Bedienelementen der rechten Leiste „POTENTIAL“ verändert, (gedreht und gezoomt) werden. Außerdem kann man die Potentialverhältnisse ohne Mond darstellen, also ohne Zentrifugalpotential, denn dieses entsteht ja erst aufgrund der Rotation von Erde und Mond um den gemeinsamen Schwerpunkt. (Dabei sieht man deutlich, wie sich die Potentialfläche nach außen hin konvex verformt, sobald man die Rotation (also den Mond) einschaltet.

2. Die **Bahnkurve** der Raumsonde wird auf die Potentialfläche abgebildet. Dabei lassen sich die Anfangsbedingungen setzen (untere Leiste „BAHNKURVE“), also die Koordinaten der Startposition und die Startgeschwindigkeit bezüglich der Koordinaten x und y . Eine Startposition ist bereits fest eingestellt, wenn das Programm geöffnet wird – eine Position in der Nähe des Lagrangepunktes L5. Diese Koordinaten lassen sich natürlich überschreiben. Um eine Orientierung über mögliche Startwerte zu bekommen, kann man bei „Daten“ die Koordinaten der 5 Lagrangepunkte einsehen.

Beispiele:

- Verändern Sie die voreingestellten Koordinaten des Startpunktes in der Nähe von L5 oder L4. Die verschlungenen Kurven werden räumlich begrenzter oder weiter ausgedehnt, ähneln sich aber in ihrer Form. Erst wenn die Bahnen so ausladend werden, dass sie in die Potentialtrichter von Erde oder Mond geraten, entstehen chaotische Bahnformen.
- Untersuchen Sie das Verhalten des Punktes L1, indem Sie einen Startwert etwas links vom Lagrangepunkt eingeben (z.B. $x=321688$ km, $y=0$ km) und danach etwas rechts. (z.B. $x=321689$ km, $y=0$ km). Man erkennt an den Bahnen gut, dass L1 kein stabiles Gleichgewicht ermöglicht – die Raumsonde driftet nach links oder nach rechts, wobei die Corioliskraft für entsprechende Abweichungen von einer geradlinigen Bahn sorgt.
- Auch bei den Punkten L2 und L3 ist ein solch instabiles Verhalten zu beobachten.
- Wählen Sie als Startparameter: $x=240000$ km, $y=0$, $v_x=0$, $v_y=0$. Die Raumsonde fällt nicht geradlinig in den Potentialtrichter der Erde – vielmehr sorgt die Corioliskraft für Kurven, die wieder aus dem Trichter herausführen.
- Wählen Sie „ohne Mond“ und starten mit: $x=240000$ km, $y=0$, $v_x=0$, $v_y=700$ m/s. Die Raumsonde bewegt sich auf einer Ellipsenbahn, so wie man es für ein Zwei-Körper-Problem zu erwarten hat. Gut erkennbar ist die Ellipsenform, wenn man „Ebene“ anklickt, da man die Situation dann von oben sieht.