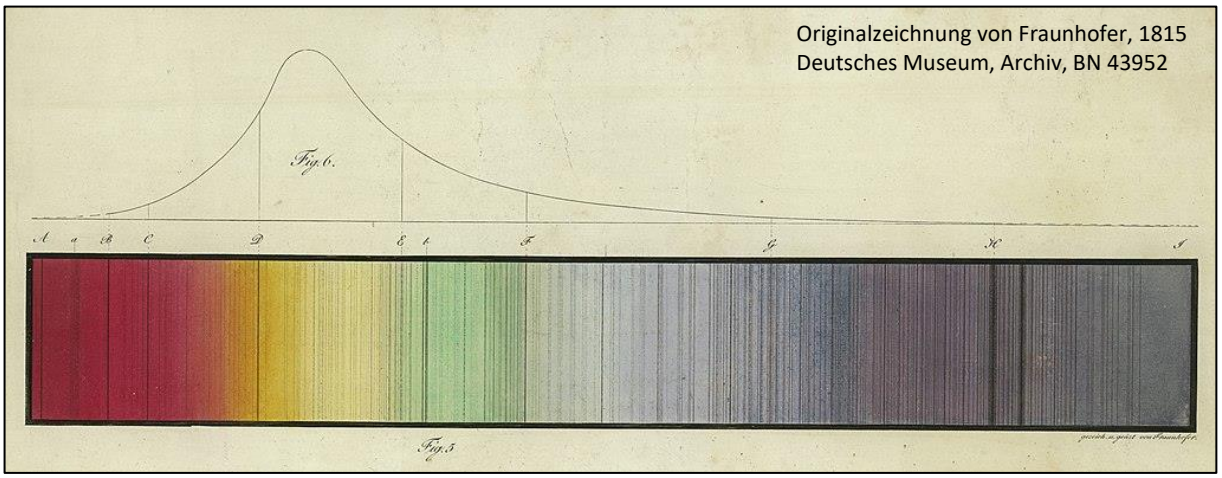
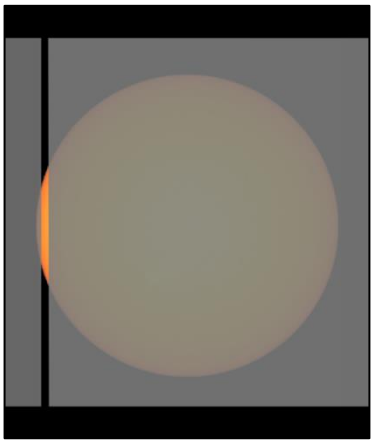
Die Rotationsgeschwindigkeit der Sonne

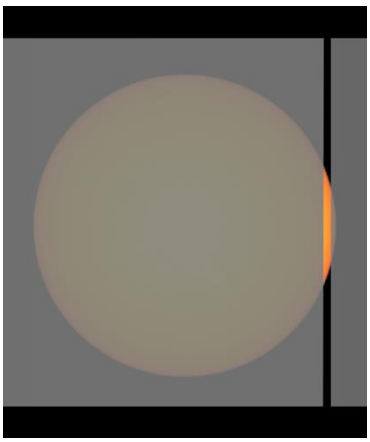
Matthias Borchardt

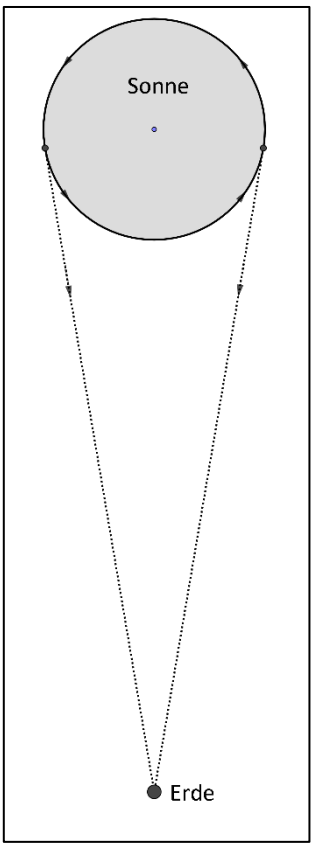
Betrachtet man das Spektrum des Sonnenlichts genauer, fallen sehr feine dunkle Linien auf, die das Spektrum senkrecht durchsetzen. Diese Linien wurden erstmals von dem Optiker und Fernrohr-Konstrukteur *Joseph Fraunhofer (1787 – 1826)* entdeckt und werden daher *Fraunhoferlinien* genannt. Es handelt sich dabei um Absorptionslinien, die beim Durchgang des Sonnenlichts durch die Atmosphären der Sonne und der Erde entstehen.



Mithilfe dieser Linien lässt sich die Rotationsgeschwindigkeit der Sonnenoberfläche (Photosphäre) bestimmen. Dazu nimmt man ein Spektrum des Sonnenlichts vom linken und eines vom rechten Rand der Sonne auf, wobei der Beleuchtungspalt des Spektrographen entsprechend der unteren Abbildungen positioniert wird.





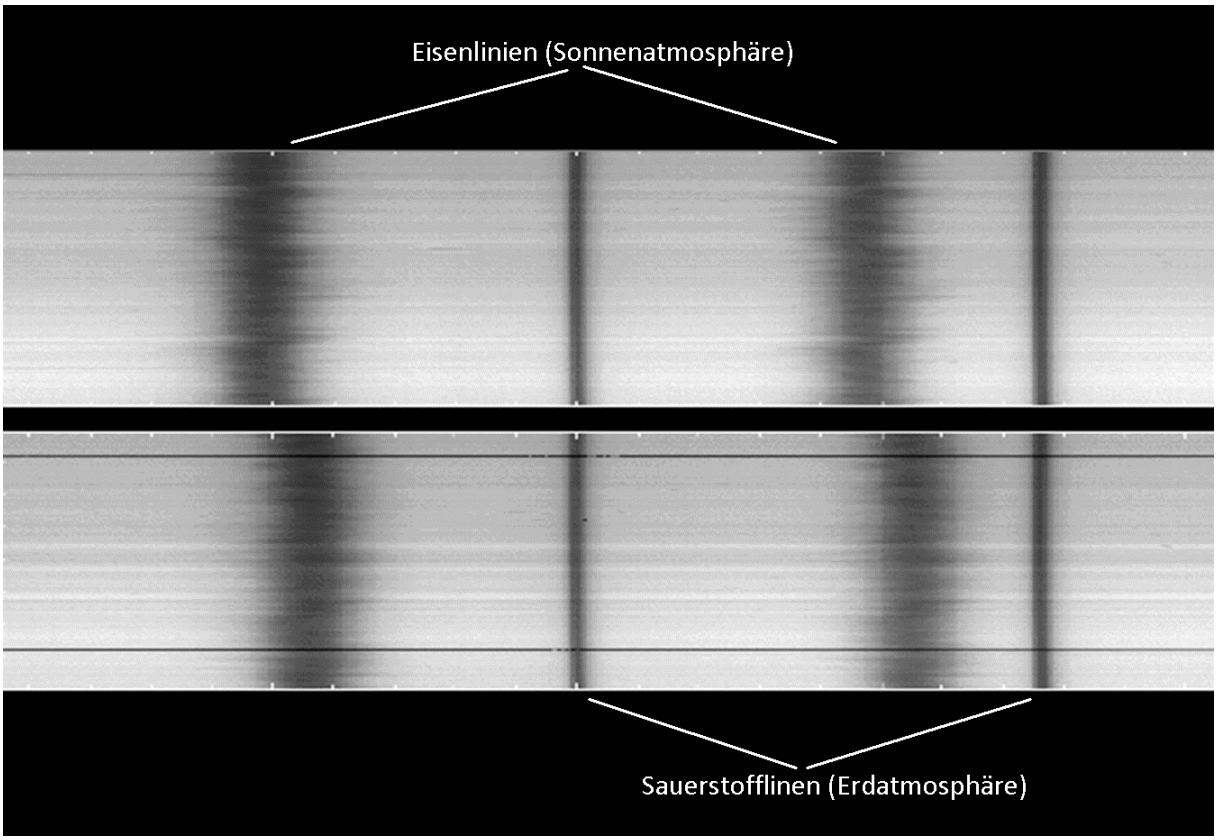


Da der linke Sonnenrand sich auf den Beobachter (Erde) zu bewegt, wird die Wellenlänge dieses Lichts aufgrund des **Dopplereffekts** ein wenig kleiner. Dies führt dazu, dass sich die Absorptionslinien im Spektrum in Richtung des blauen Spektralbereichs verschieben („blueshift“). Entsprechend erfährt das Licht des rechten Sonnenrands eine Rotverschiebung („redshift“), denn dieser Rand der Sonne bewegt sich vom Beobachter weg. Aus der Verschiebung der

Spektrallinien lässt sich mithilfe der Formel für den Dopplereffekt die Rotationsgeschwindigkeit der Sonne im Äquatorbereich berechnen.

Allerdings verschieben sich hier die Linien nur um einen sehr kleinen Betrag, sodass man das Spektrum stark vergrößern muss, um die Veränderung zu erkennen. Die untere Abbildung zeigt zwei Ausschnitte aus dem Sonnenspektrum. Die Wellenlängenskala läuft jeweils von links nach rechts.

Aufgabe 1:
Welches Spektrum gehört zum linken und welches zum rechten Sonnenrand? Begründen Sie Ihre Entscheidung.



Aufgabe 2:
Begründen Sie, warum die beiden Sauerstofflinien keine Dopplerverschiebung aufweisen.

Für Geschwindigkeiten, die klein gegenüber der Lichtgeschwindigkeit sind (v << c), dürfen wir die folgende Näherungsformel für den Dopplereffekt verwenden: $\lambda_E = \lambda_S \cdot \left(1 \pm \frac{v}{c}\right)$.

Dabei bedeuten λ_S die Wellenlänge des Senders (Sonne), λ_E die des Empfängers (Beobachter auf der Erde), v die Geschwindigkeit des Sonnenrandes (Rotationsgeschwindigkeit der Sonne) und c die Lichtgeschwindigkeit.

Da die Wellenlängen des Lichts, das vom linken Sonnenrand kommt, kleiner werden, gilt für die empfangene Wellenlänge (im Spektrum) $\lambda_{E_links} = \lambda_S \cdot \left(1 - \frac{v}{c}\right)$. Das Licht des rechten Sonnenrandes erfährt eine Rotverschiebung – die empfangenen Wellenlängen sind etwas größer als bei den ausgesendeten Wellen. Es gilt daher $\lambda_{E_rechts} = \lambda_S \cdot \left(1 + \frac{v}{c}\right)$.

Aufgabe 3:

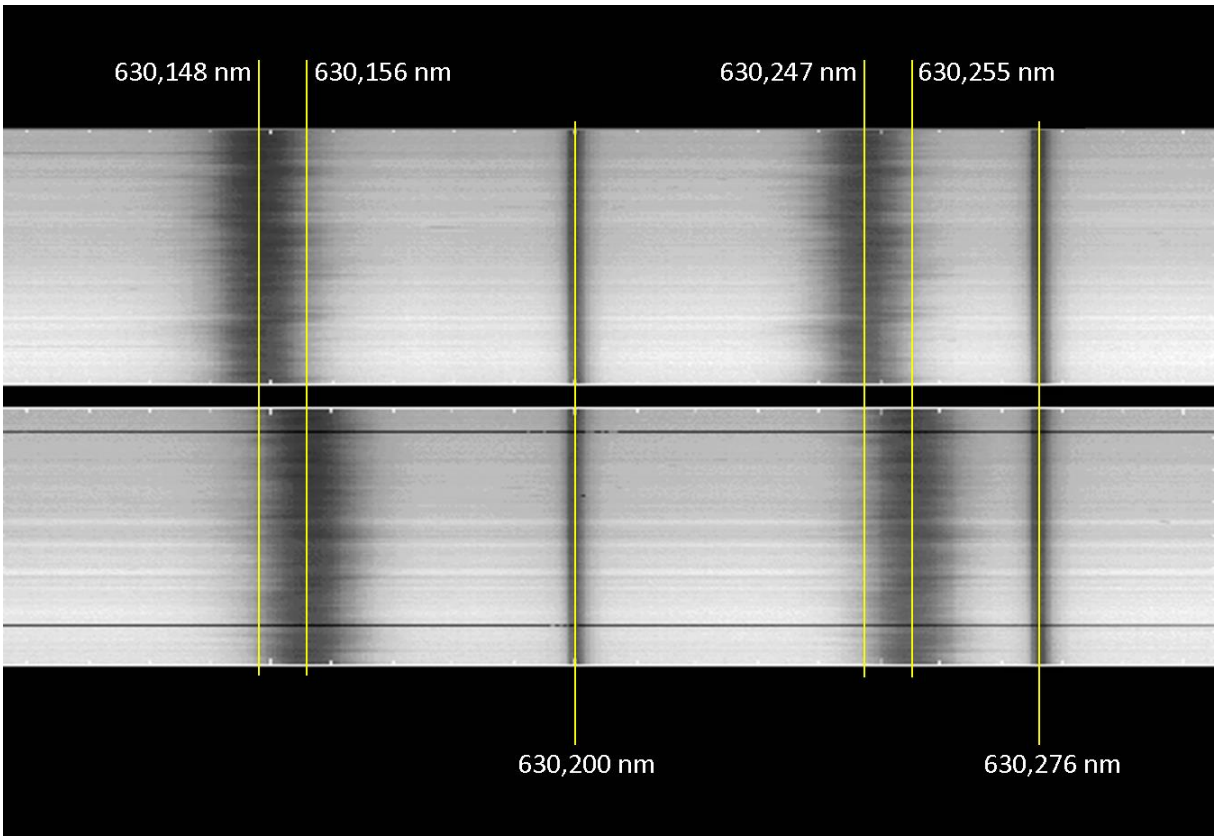
a) Leiten Sie her:
Für den Wellenlängenunterschied der beiden Sonnenränder gilt

$$\lambda_{E_rechts} - \lambda_{E_links} = \Delta\lambda = 2 \cdot \lambda_S \cdot \frac{v}{c}\ .$$

b) Leiten Sie weiter her:

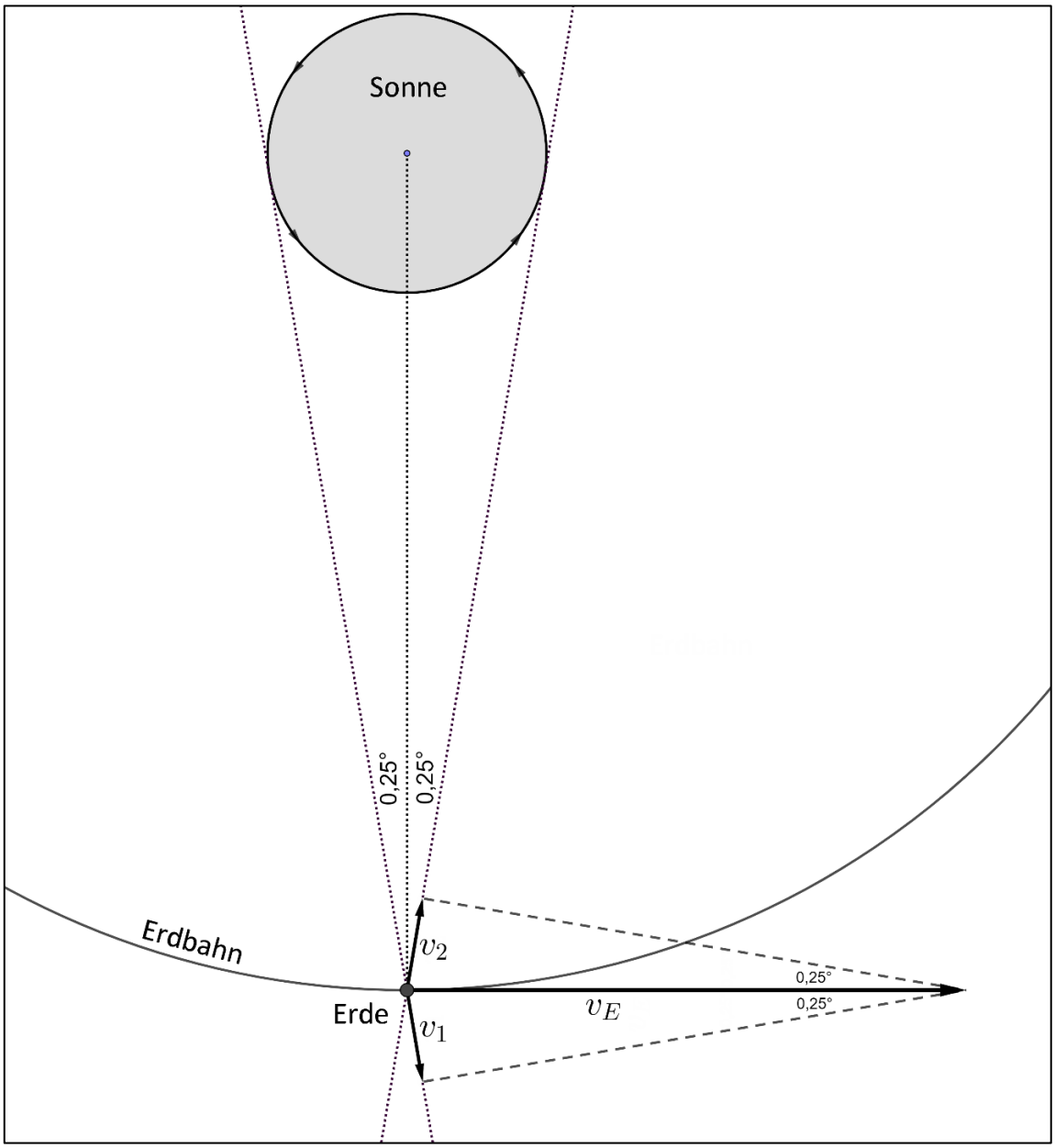
Aus $\Delta\lambda = 2 \cdot \lambda_S \cdot \frac{v}{c}$ *ergibt sich die Formel:* $v = \frac{\Delta\lambda}{2 \cdot \lambda_S} \cdot c$

In dem unten abgebildeten Spektrum wurden die **Wellenlängen der Absorptionslinien** (Fraunhoferlinien) eingetragen.



Aufgabe 4:
Berechnen Sie mithilfe der angegebenen Wellenlängen und der in Aufgabe 3 hergeleiteten Formel die Geschwindigkeit v, mit der sich der linke Sonnenrand auf uns zu- bzw. der rechte Sonnenrand von uns wegbewegt.

Wenn Sie richtig gerechnet haben, sollten Sie einen Wert von **v = 1,903 km/s** erhalten haben.
Ist das nun die Rotationsgeschwindigkeit der Sonnenoberfläche am Äquator? Die Antwort lautet: „Fast – aber ein wenig fehlt da noch“. Wir müssen nämlich bedenken, dass wir als Beobachter (Erde) nicht stillstehen, sondern uns ebenfalls bewegen. Die Erde bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von etwa 30 km/s um die Sonne. Durch diese Bewegung messen wir eine etwas zu geringe Verschiebung der Spektrallinien und somit eine etwas zu kleine Rotationsgeschwindigkeit der Sonne. Die folgende Abbildung soll helfen, die Zusammenhänge zu verstehen und den fehlenden Geschwindigkeitsbetrag zu berechnen.



Die Erde bewegt sich mit v_E = 30 km/s auf ihrer Bahn, was durch den langen Geschwindigkeitspfeil dargestellt wird. Der linke Sonnenrand ist aber nicht genau im rechten Winkel dazu orientiert, sondern etwas schräg nach links. Wenn wir den Geschwindigkeitsvektor v_E nun in zwei Komponenten zerlegen – eine vom linken Sonnenrand weg und die andere senkrecht dazu, erkennen wir, dass die Erde um den Geschwindigkeitsanteil v_1 vom linken Sonnenrand wegläuft. Die relative Geschwindigkeit zwischen Sonnenrand und Erde ist also kleiner, als wenn die Erde stillstehen würde. Beim rechten Sonnenrand ergibt sich, dass die Erde dem Sonnenrand mit dem Geschwindigkeitsanteil v_2 hinterherläuft.

Aufgabe 5:

a) Leiten Sie her: Für die Geschwindigkeitskomponenten v_1 und v_2 ergibt sich aus der Abbildung: $v_1 = v_2 = v_E \cdot \sin(0,25°)$.

b) Berechnen Sie mit v_E = 30 km/s die Geschwindigkeitskomponenten v_1 bzw. v_2.

Wenn Sie richtig gerechnet haben, sollten Sie das Ergebnis $v_1 = v_2 = 0{,}131\frac{km}{s}$ erhalten haben. Diese Geschwindigkeit fehlt also bei der Bestimmung der Rotationsgeschwindigkeit der Sonne, die Sie in Aufgabe 4 mithilfe des Dopplereffekts bestimmt hatten.
Daher gilt für die **wahre Rotationsgeschwindigkeit des Sonnenäquators**:

$$v_{Rotation} = 1{,}903\frac{km}{s} + 0{,}131\frac{km}{s} = 2{,}034\frac{km}{s}\ .$$

Der Sonnenäquator rotiert also mit einer Geschwindigkeit von etwas mehr als 2 Kilometer pro Sekunde.

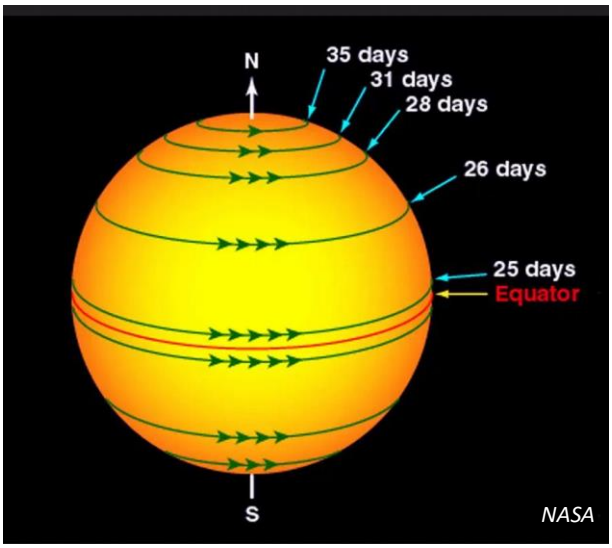
In der nächsten Aufgabe sollen Sie ausrechnen, wie viele Tage es braucht, bis sich die Sonne im Bereich ihres Äquators einmal um sich selbst gedreht hat. Gesucht ist also die Umlaufzeit am Sonnenäquator.

Aufgabe 6:

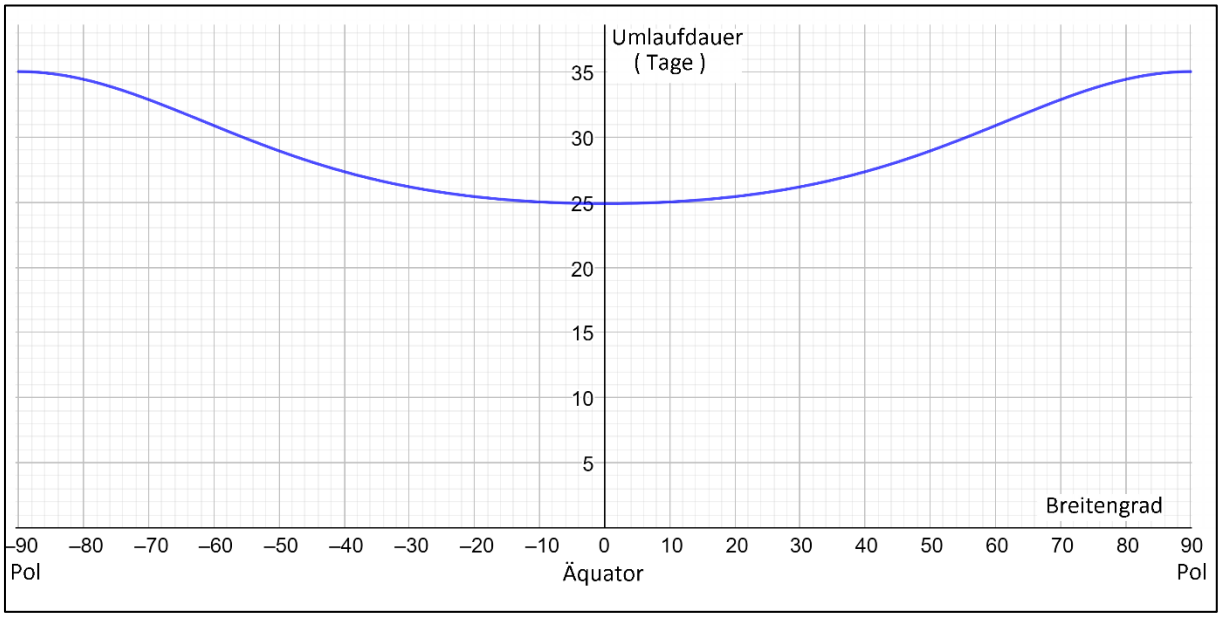
Die Umlaufdauer ergibt sich mithilfe der Formel $T = \frac{2\pi \cdot R_{Sonne}}{v_{Rotation}}$.

a) Begründen Sie diese Formel.

b) Der Radius der Sonne am Äquator beträgt R_{Sonne} = 696 342 km. Berechnen Sie die Umlaufdauer T und geben Sie das Ergebnis in Tagen an.
<u>Hinweis:</u> Sie können den Radius in km und die Rotationsgeschwindigkeit in km/s einsetzen. Dann erhalten Sie die Umlaufzeit in Sekunden, was Sie dann noch in Tagen umrechnen müssen.



Sie müssten bei Aufgabe 6 als Ergebnis etwa **25 Tage** für die Umlaufzeit der Sonne am Äquator erhalten haben. Dieser Wert gilt erstaunlicherweise aber nicht für andere Regionen der Sonnenoberfläche. Die folgenden beiden Abbildungen zeigen, dass die Umlaufzeit steigt, je näher man den Polen der Sonne kommt. Dieses Phänomen wird in der Astronomie auch „**Differenzielle Rotation**“ genannt und erklärt sich durch die Beschaffenheit der Sonnenkugel. Diese ist nämlich kein fester, starrer Körper, sondern besteht aus einem sehr heißen Plasma – einer Art Flüssigkeit unter extremsten Bedingungen. Denn im Inneren der Sonne herrschen Temperaturen von mehreren Millionen Grad, während es auf der Sonnenoberfläche „nur“ 6000 Grad sind. Durch diesen enormen Temperaturunterschied kommt es zu starken Verwirbelungen und zu bremsenden Effekten innerhalb der Sonnenkugel.

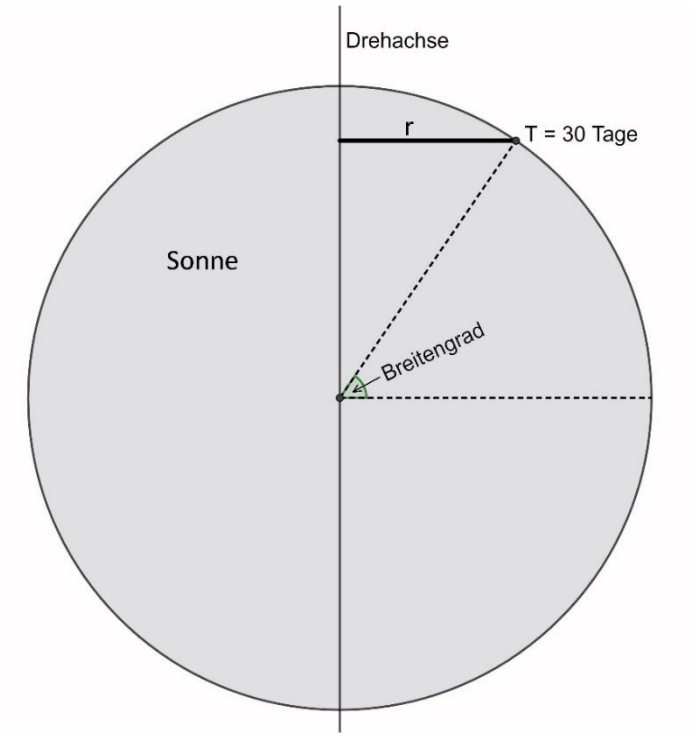


Wir wandern nun in Gedanken auf der Sonnenfläche vom Äquator in Richtung Pol bis wir den Breitengrad erreicht haben, an dem die Umlaufzeit genau 30 Tage beträgt. Wie groß mag wohl dort die Umlaufgeschwindigkeit der Sonnenmaterie sein?

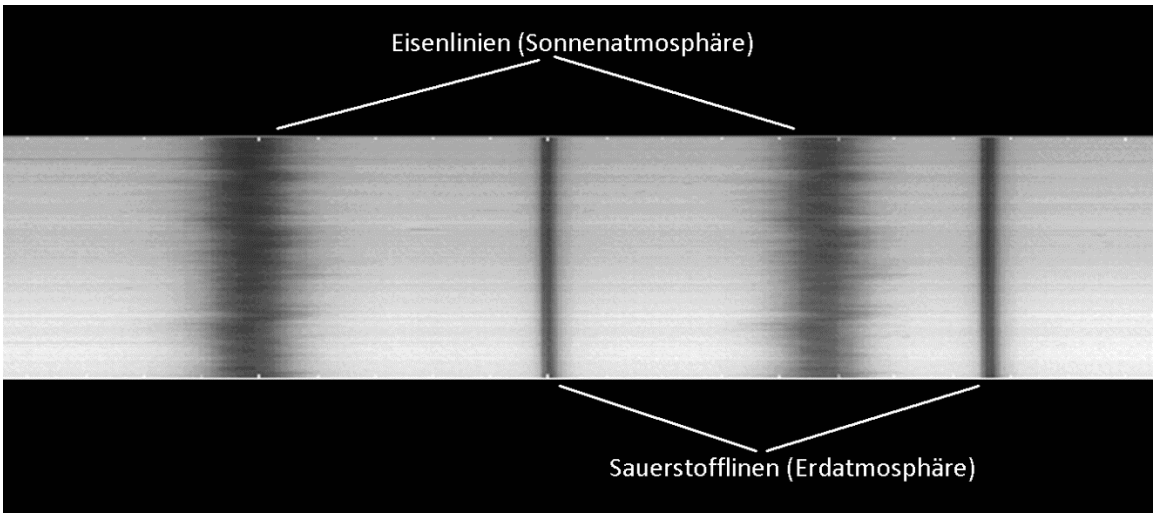
Aufgabe 7

a) Entnehmen Sie dem oberen Diagramm (Kurve), auf welchem Breitengrad Sie sich befinden, sobald die Umlaufzeit den Wert T = 30 Tage aufweist.

b) Für die Berechnung der Umlaufgeschwindigkeit können Sie die Formel $v_{Umlauf} = \frac{2\pi \cdot r}{T}$ *verwenden. Allerdings benötigen Sie den Abstand **r** Ihres Standortes zur Rotationsachse. Diesen Abstand r können Sie mithilfe der Trigonometrie und der unteren Abbildung berechnen. Führen Sie diese Rechnung durch.*



Ihnen ist sicher aufgefallen, dass die Absorptionslinien der Sonnenatmosphäre wesentlich breiter und ausgefranster erscheinen als die Linien, die durch die Absorption in der Erdatmosphäre entstanden sind. Auch dieses Phänomen hat (u.a.) etwas mit dem Dopplereffekt zu tun, wobei die Temperatur der Gase und die Teilchenbewegung eine Rolle spielen.



Aufgabe 8:

Erklären Sie, inwiefern der Dopplereffekt eine Verbreiterung der Spektrallinien der Sonnenatmosphäre bewirkt und warum dies bei der Erdatmosphäre nur in geringem Maß geschieht.

LÖSUNGEN

Aufgabe 1:

Das erste Spektrum zeigt eine leichte Verschiebung der Eisen-Spektrallinien nach links – also in Richtung der kürzeren Wellenlängen. Es liegt also eine Blauverschiebung vor. Der Sonnenrand kommt daher auf den Beobachter zu. Das erste Spektrum gehört also zum linken Sonnenbrand. Das zweite Spektrum zeigt eine Rotverschiebung (hin zu den längeren Wellenlängen). Also wurde dieses Spektrum am rechten Sonnenrand aufgenommen.

Aufgabe 2:

Die Erdatmosphäre können wir relativ zum Beobachter als unbewegt ansehen. Daher ergibt sich beim Durchgang des Lichts durch die Erdatmosphäre kein nennenswerter Dopplereffekt.

Aufgabe 3:

$$\Delta\lambda = \lambda_{E_rechts} - \lambda_{E_links}$$
$$= \lambda_S \cdot \left(1 + \frac{v}{c}\right) - \lambda_S \cdot \left(1 - \frac{v}{c}\right) = \lambda_S + \lambda_S \cdot \frac{v}{c} - \lambda_S + \lambda_S \cdot \frac{v}{c}$$
$$= \lambda_S \cdot \frac{v}{c} + \lambda_S \cdot \frac{v}{c} = 2 \cdot \lambda_S \cdot \frac{v}{c}$$

$$\Delta\lambda = 2 \cdot \lambda_S \cdot \frac{v}{c} \;\Big|\; :2\lambda_S \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\Delta\lambda}{2 \cdot \lambda_S} = \frac{v}{c} \;\Big|\; \cdot c \quad \Leftrightarrow \quad v = \frac{\Delta\lambda}{2 \cdot \lambda_S} \cdot c$$

Aufgabe 4:

Der Wellenlängenunterschied bei der linken Eisen-Linie beträgt:
$\Delta\lambda = 630{,}156\,\text{nm} - 630{,}148\,\text{nm} = 0{,}008\,\text{nm}$

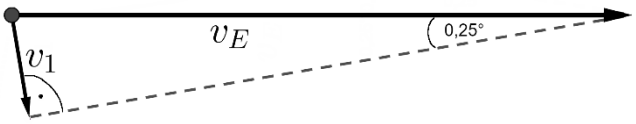
Die Senderwellenlänge liegt genau zwischen den beiden Wellenlängen
$$\lambda_S = \frac{630{,}148 + 630{,}156}{2}\,\text{nm} = 630{,}152\,\text{nm}$$

Damit ergibt sich: $v = \frac{\Delta\lambda}{2 \cdot \lambda_S} \cdot c = \frac{0{,}008}{2 \cdot 630{,}152} \cdot 299792458 \frac{m}{s} = 1902{,}98 \frac{m}{s}$

Gerundet also 1 903 m/s = **1,903 km/s.**

Aufgabe 5:

$$\sin(0{,}25°) = \frac{GK}{Hy} = \frac{v_1}{v_E} \quad \Leftrightarrow \quad v_1 = v_E \cdot \sin(0{,}25°)$$



$$v_1 = 30 \cdot \sin(0{,}25°) = 0{,}131$$

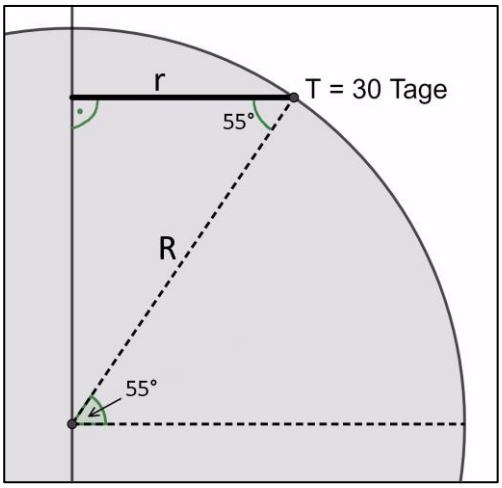
Aufgabe 6:

$$v = \frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}} = \frac{2\pi \cdot R}{T}$$

$$\Leftrightarrow \quad T = \frac{2\pi \cdot R}{v} = \frac{2\pi \cdot 696342\,\text{km}}{2{,}034\,\frac{\text{km}}{\text{s}}} = 2151055\,\text{s} = 24{,}896\,\text{Tage} \approx 25\,\text{Tage}$$

Aufgabe 7:

a) An der Kurve lässt sich ablesen, dass eine Umlaufzeit von 30 Tagen ungefähr beim Breitengrad 55° vorliegt.



b) $\cos(55°) = \frac{AK}{Hy} = \frac{r}{R} \Leftrightarrow r = R \cdot \sin(55°)$

$= 696342\,\text{km} \cdot \cos(55°) = 399405\,\text{km}$

$$v_{\text{Umlauf}} = \frac{2\pi \cdot r}{T} = \frac{2\pi \cdot 399405\,\text{km}}{30 \cdot 24 \cdot 3600\,\text{s}} = 0{,}968\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Die Umlaufgeschwindigkeit der Sonnenmaterie auf dem 55-ten Breitengrad ist mit 0,968km/s etwa die Hälfte wie die auf dem Äquator.
Anmerkung: Wäre die Sonne ein starrer Körper, würde sich folgender Wert ergeben: $v_{\text{Umlauf}} = \frac{2\pi \cdot r}{T} = \frac{2\pi \cdot 399405\,\text{km}}{25 \cdot 24 \cdot 3600\,\text{s}} = 1{,}16\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$.

Aufgabe 8:

Die Atome sind in der heißen Sonnenatmosphäre in ständiger, sehr schneller Bewegung. Dadurch bewegen sich einige Atome auf den Beobachter zu und andere von ihm weg, sodass es zu einer Wellenlängenverschiebung (Rot- und Blauverschiebung) aufgrund des Dopplereffekts kommt. Die Spektrallinie wird breiter und ausgefranster. Man nennt diesen Effekt daher „Dopplerverbreiterung der Spektrallinie“ (engl.: „Thermal Doppler broadening“). Die Sauerstoffmoleküle der Erdatmosphäre bewegen sich dagegen deutlich langsamer (aufgrund der tiefen Temperatur), sodass der Dopplereffekt beim Durchgang des Sonnenlichts durch die Erdatmosphäre eher gering ausfällt.

Matthias Borchardt
Tannenbusch-Gymnasium Bonn
https://mabo-physik.de